

Situation1 : Voici trois problèmes. Trouver au moins deux procédures de résolution pour chacun

Problème 1

Un père partage une somme de 1800 euros entre ses trois filles : Aurélie, Béatrice et Céline. Il donne 2 fois plus à Céline qu'à Aurélie et il donne 200 euros de moins à Béatrice qu'à Céline. Béatrice reçoit 600 euros. Combien les autres enfants ont-ils reçu ?

Problème 2

Un père partage une somme de 600 euros entre ses deux filles : Aurélie et Béatrice. Il donne 150 euros de plus à Béatrice qu'à Aurélie. Combien chaque enfant a-t-il reçu ?

Problème 3

Trois enfants jouent aux billes. Ils ont ensemble 198 billes. Pierre a six fois plus de billes que Denis et trois fois plus de billes qu'Alain. Combien chaque enfant possède-t-il de billes ?

Bilan :

Situation2 :

Travail en groupes de 4

Consigne :

Pour chacun de ces exercices, précisez dans un tableau l'usage qui est fait de la lettre.

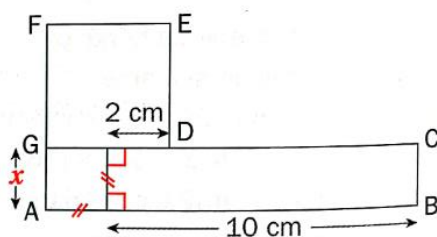
Comment définiriez-vous chaque usage (statut) de la lettre ?

Vous préciserez également la nature des égalités qui interviennent dans les différentes questions

EXERCICE 1

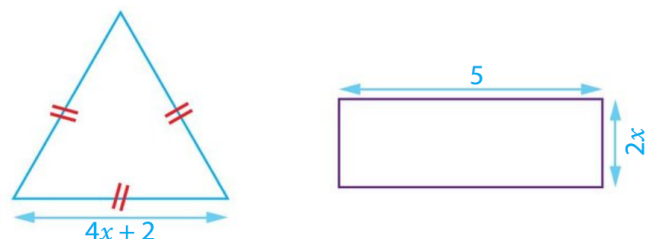
MODÉLISER une situation par une équation.

- Comment choisir x afin que l'aire du rectangle ABCG soit égale à l'aire du carré DEFG ?



EXERCICE 2

On considère le triangle et le rectangle ci-dessous, x désignant un nombre positif.



1. Calculer le périmètre de chaque figure pour $x = 0,5$.
2. Les périmètres des deux figures sont-ils égaux quelle que soit la valeur de x ?

EXERCICE 3

2 Voici un programme de calcul.

On note x le nombre choisi au départ.

- Choisir un nombre.
- Soustraire 2,5.
- Multiplier par 4.
- Ajouter 2.

1.a. Exprimer en fonction de x le nombre N obtenu avec ce programme.

b. Développer et réduire cette expression.

c. Factoriser cette expression.

2. Calculer N pour : • $x = 0$ • $x = 2$

EXERCICE 4

1 Les perfusions intraveineuses servent à administrer des liquides et des médicaments aux patients. Pour calculer le débit D d'une perfusion en gouttes par minute, les infirmières et infirmiers utilisent la formule :

$$D = \frac{d \times v}{60 \times n}$$



d est le facteur d'écoulement en gouttes par millilitre ;
 v est le volume (en mL) de la perfusion ;
 n est le nombre d'heures que doit durer la perfusion.

a. Un infirmier veut doubler la durée d'une perfusion. De quelle manière D est-il modifié si n est doublé et si d et v ne changent pas ?

b. Une infirmière doit administrer une perfusion d'un débit de 50 gouttes par minute à un patient pendant 3 h. Pour cette perfusion, le facteur d'écoulement est de 25 gouttes par millilitre. Quel est le volume, en mL, de cette perfusion ?

c. Un infirmier règle le facteur d'écoulement d'une perfusion à 10 gouttes par millilitre pour une durée d'une heure. Parmi les représentations graphiques ci-contre, laquelle modélise le débit en fonction du volume de la perfusion ? Justifier.

D'après PISA



Extraits de : *Mission Indigo cycle 4* (Hachette 2019), *Transmath 4^{ème}* (Nathan 2016), *Maths cycle 4 Dimensions* (Hatier 2016)

Réponse :

Situation 3 : EXPRESSION LITTÉRALE, EXPRESSION ALGÈBRE, CALCUL LITTÉRAL, CALCUL ALGÈBRE

Quelle trace écrite pour ce vocabulaire ?

Allons voir du côté des manuels ?

Kiwi 5^{ème}, hachette 2016

Mission Indigo Cycle 4, Hachette 2016

J'apprends

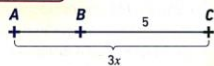
1. Les expressions littérales

Définition

Une expression littérale est une expression contenant une ou plusieurs lettres qui représentent des nombres. Elle sert à écrire une formule ou à traduire l'énoncé d'un problème.

Exemple

$D = 3x - 5$ est une expression littérale. Pour calculer la longueur du segment [AB], on peut écrire l'expression suivante à l'aide du schéma ci-contre : $AB = AC - BC = 3x - 5$.



a) L'expression « en fonction de... »

Définition

Écrire un résultat « en fonction de x », c'est écrire une expression littérale contenant la lettre x .

Exemple

La longueur du segment [AC] ci-contre, donnée en fonction de x , est $AC = AB + BC = x + 2$.



b) La simplification de l'écriture d'une expression littérale

Conventions

... on peut supprimer le signe \times :

Triangle 5^{ème}, Hatier 2006

Sésamath Cycle 4, Magnard

1. Calcul littéral

Un calcul littéral est un calcul qui utilise des lettres. Il sert, par exemple, à :

- établir une formule ;
- trouver un nombre inconnu ;
- prouver un résultat.

2. Expression « en fonction de... »

DÉFINITION

Écrire un résultat « en fonction de x », c'est l'écrire en une expression littérale où figure x .

Exemple 1. Écrire la longueur AB en fonction de x .



Longueur AB écrite en fonction de x : $AB = 2 \times x + 3$.

Exemple 2. J'ai choisi un nombre x . Je l'ai multiplié par 3, puis j'ai ajouté 7.

Écrire le résultat en fonction de x .
Résultat écrit en fonction de x : $3 \times x + 7$.

Exemple 3. Comment s'écrit un multiple de 7 ? Tous les multiples de 7 s'écrivent $7 \times n$ (avec n entier).

1 Écrire une expression littérale

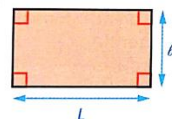
Une expression littérale est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

Définition

Exemples

Exemple 1

L'aire A d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est donnée par l'expression littérale :



$$A = L \times \ell$$

On appelle aussi cela une formule.



Exemple 2

Un site internet vend des clés USB à 4 € l'unité et facture la livraison 3 €. Le prix à payer dépend du nombre n de clés USB achetées. On exprime ce prix P par l'expression littérale :

$$P = 4 \times n + 3$$

1) Déterminer une expression littérale

A. Écrire en fonction de x

Définition

Usuellement, la première inconnue s'appelle x . Produire une expression littérale se dit aussi « écrire en fonction de x » c'est-à-dire produire une expression contenant x .

Entraîne-toi à Exprimer en fonction de x

Il s'agit de bien repérer, dans le texte, les termes à traduire en expression littérale.

Énoncé

Sur internet, une BD manga coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port. Exprime le prix à payer en fonction du nombre de livres achetés.

Correction

J'appelle x le nombre de livres achetés. 6,90 € l'un font $6,90 \times x$. Avec les frais de port on obtient $6,90 \times x + 10$. Le prix de x livres est $6,90x + 10$.

Autre extrait de manuel

Définition 1 :

Une expression littérale est une expression mathématique contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres.

Exemple 1 :

Longueur d'un cercle : $\pi \times 2 \times r$ où r représente le rayon du cercle et π est un nombre constant qui vaut environ 3,14...
L'aire d'un carré est donnée par $c \times c$ où c représente le côté du carré

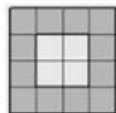
Situation4 : Le carré bordé*

Énoncé

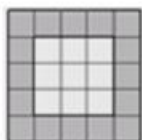
Pierre joue avec des carreaux de mosaïque. Il dispose ses carreaux gris autour de différents carrés formés de carreaux blancs. En voici quatre.



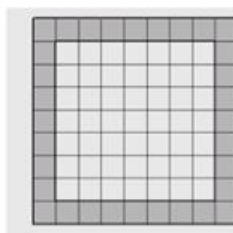
Carré Taille 1



Carré Taille 2



Carré Taille 3



Carré Taille 7

1. Combien y a-t-il de carreaux gris entourant le carré blanc de taille 1 ? Celui de taille 2 ? Celui de taille 3 ?
2. Produire un calcul qui donne le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille 7, puis de taille 56.
3. Expliquer par une phrase ou par un programme de calcul comment on peut calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille.

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Calcul_litteral/29/8/RA16_C4_MATH_nombres_calcul_calcul_litteral_initiative_carre_bordes_548298.pdf

*Vous retrouverez l'analyse didactique de cette situation dans l'article : **Les débuts de l'Algèbre au collège ou introduction au calcul littéral** Geneviève Lé Quang et Robert Noirfalise, IREM de Clermont-Ferrand « *L'algèbre élémentaire est la science des programmes de calcul (sur les nombres), et en particulier la science du calcul sur les programmes de calcul.* » Yves Chevallard

Situation5 :

Analysez le statut du signe égal dans chaque colonne et pour chaque ligne

$x + x = 2x$	$2(x + 1)^2 - (2x^2 - 1) = 0$ (1) $2x^2 + 4x + 2 - 2x^2 + 1 = 0$ (2) $4x + 3 = 0$ (3) $4x = -3$ (4) $x = -3/4$ (5)

Situation6 : ERREURS SUR LES STRUCTURES D'EXPRESSIONS

a)

Elève 1	Elève 2	Elève 3
$7x + 2y - 3y - 2x = 9x - y$	$a(5b + 2 - 7 - 3b)$ $= a(8b - 5)$ $= 8ab - 5a$	$x(-y^2 + 2z - 5z - y^2)$ $= x(-2y^2 - 3z)$ $= 4xy^2 - 3xz$

Qui a fait le même type d'erreurs ?

- I et II
- I et III
- II et III
- I, II et III

Expliquez votre réponse :

.....

b) Propositions de traitement de l'erreur

c) Quelle remédiation ?

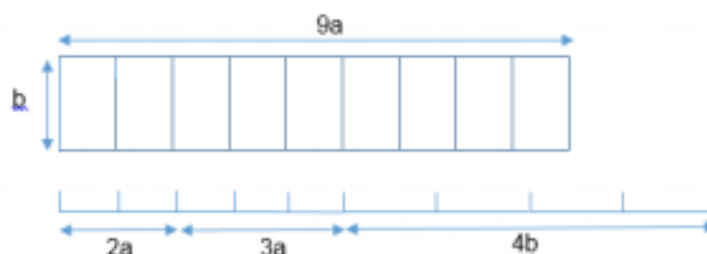
Face à une somme algébrique comme $3a + 2a + 4b$, les élèves ont souvent tendance à additionner les termes non semblables pour obtenir la réponse $9ab$. Voici plusieurs façons

- a) Leur montrer que pour réduire une somme algébrique, il faut mettre en évidence un facteur commun, et qu'il n'y a pas de facteur commun entre $5a$ et $4b$ (on ne peut donc pas réduire cette expression algébrique)

$$3a + 2a + 4b = a(3+2) + 4b = 5a + 4b.$$

- b) Leur expliquer qu'en mathématiques, on n'additionne pas des pommes et des poires. On peut donc additionner les termes en a , les termes en b , mais pas des termes en a avec des termes en b : la réponse $9ab$ n'a donc pas de sens.

- c) Leur montrer que l'expression $9ab$ pourrait désigner l'aire d'un rectangle de longueur $9a$ et de largeur b , alors que l'expression $3a + 2a + 4b$ ne pourrait pas désigner la même aire :



- d) Leur expliquer que lorsqu'on a une somme à réduire, on ne peut que réduire les termes qui ont la même partie littérale. Or, les termes $5a$ et $4b$ n'ont pas la même partie littérale. On ne peut donc pas les additionner.
- e) Faire remplacer a et b pas des nombres et constater que, la plupart du temps, la réponse est différente pour « $3a + 2a + 4b$ » et « $9ab$ ». Elle n'est la même que si a et b sont tous les deux égaux à 1.
- f) Faire expliquer le sens des expressions « $3a + 2a + 4b$ » et « $9ab$ », mettre en évidence le fait qu'elles ont une valeur qui dépend de a et b , valeur qui n'est pas toujours la même pour « $3a + 2a + 4b$ » ou pour « $9ab$ ».

Parmi ces démarches, laquelle vous paraît la plus efficace : _____

Question : Quel est votre point de vue ?

c) Comment gérer ces erreurs « $x+x=x^2$ » et « $(5x)^2=5x^2$ » ?