

DES CONSTATS ET PREMIERES PISTES D'ACTIVITES

On vous propose de regarder le test ci-dessous

Ressource: Test issu de l'article de petit'x N°96 de 2014 Martine Vergnac et Viviane Durand-Guerrier

Ce questionnaire n'est pas une évaluation.

Tu disposes de 15 minutes pour le compléter et tu ne peux pas utiliser ta calculatrice.

- 1) $\frac{5}{3}$ est-il un nombre décimal ?
a. Oui b. Non c. Je ne sais pas.
- 2) Peux tu donner un nombre décimal qui appartienne à l'intervalle $]0,666 ; 0,667[$?
a. Oui et c'est b. Non
- 3) Peux tu donner un nombre qui ne soit pas décimal et qui appartienne à l'intervalle $]0,666 ; 0,667[$?
a. Oui et c'est..... b. Non
- 4) Y a-t-il un plus grand nombre dans l'intervalle $[0 ; 1[$
a. Oui et c'est..... b. Non c. Je ne sais pas
- 5) Combien peux tu écrire de nombres entre 0 et 1 ?
.....
- 6) $\sqrt{7}$ est-il un nombre ?
a. Oui . Si oui , peux-tu l'écrire autrement ?.....
b. Non . Si non , pourquoi ?.....
- 7) Connais-tu plusieurs ensembles de nombres ? Si oui, lesquels ?
.....
- 8) Dans la liste qui suit, coche les écritures qui désignent des nombres?
 $2 \times \pi$; $2,5+3 \times 2-1$; $\frac{1}{3}$; 0 ; $-\sqrt{3}$; $0,99999\dots$
- 9) Comment peux tu définir un nombre réel ?

Si vous utilisez une calculatrice merci de cocher cette case

Question 1 :

1. $\sqrt{2}$ est :

un nombre décimal
un nombre rationnel
un nombre irrationnel
autre (préciser) :

2. e est :

un nombre décimal
un nombre rationnel
un nombre irrationnel
autre (préciser) :

3. $\sqrt{13,21}$ est :

un nombre décimal
un nombre rationnel
un nombre irrationnel
autre (préciser) :

Justifier votre réponse pour $\sqrt{13,21}$:

Question 4 : Qu'est-ce qu'un nombre :

1. décimal :
2. rationnel :
3. irrationnel :
4. réel :

- Comment définiriez-vous un nombre décimal ?

Réponses:

- Comment définiriez-vous un nombre décimal ?
- Et un nombre irrationnel ?

Réponses:

9) Comment peux tu définir un nombre réel ?

En seconde on parle des nombres, des nombres réels: quelle définition proposeriez-vous ou donnez vous éventuellement?

Réponses:

1) $\frac{5}{3}$ est-il un nombre décimal ?
a. Oui b. Non c. Je ne sais pas.

6) $\sqrt{7}$ est-il un nombre ?
a. Oui Si oui, peux-tu l'écrire autrement ?.....
b. Non Si non, pourquoi ?.....

8) Dans la liste qui suit, coche les écritures qui désignent des nombres?
 $2 \times \pi$; $2,5 + 3 \times 2 - 1$; $\frac{1}{3}$; 0 ; $-\sqrt{3}$; $0,99999\dots$

Si vous utilisez une calculatrice merci de cocher cette case

Question 1 :

1. $\sqrt{2}$ est :
un nombre décimal
un nombre rationnel
un nombre irrationnel
autre (préciser) :

2. e est :
un nombre décimal
un nombre rationnel
un nombre irrationnel
autre (préciser) :

3. $\sqrt{13,21}$ est :
un nombre décimal
un nombre rationnel
un nombre irrationnel
autre (préciser) :

Justifier votre réponse pour $\sqrt{13,21}$:

- Les élèves ne perçoivent pas les nombres rationnels et les racines carrées comme des nombres mais **comme des opérateurs** en effet est reconnu comme un quotient c'est-à-dire une division 5:3 (le statut « opérateur ») et non comme un nombre. est une « boîte noire » .
- - pourrait être rejeté car confusion avec
- Les expressions numériques de la question 8 ne sont pas reconnus comme des nombres (calculs non effectués)
- **Pour les élèves de seconde , un nombre est reconnu quand il apparaît comme un nombre entier ou à virgule. La nature d'un nombre est liée à son écriture.**

Autre constat

Petit'x N°41

Correction de la première question :

ABD étant un triangle rectangle, on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$$BD^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BD^2 = 50 \quad BD = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Il apparaît à la correction de cette première question que l'absence d'une autre écriture de $BD = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ est déconcertante pour les élèves. Pour reprendre les termes de l'un d'entre eux

"Il faut écrire $BD=7,07$ car $\sqrt{50}$, pour une longueur, ça ne veut rien dire".

Correction de la deuxième question :

Dans le triangle BCD, les points B, J, C d'une part et B, I, D d'autre part sont alignés dans le même ordre. On peut appliquer la réciproque au théorème de Thalès :

$$\text{Si } \frac{2}{5} = \frac{2,8}{5\sqrt{2}}, \text{ autrement dit si } \sqrt{2} = \frac{2,8}{2}, \text{ alors } (IJ) \parallel (DC).$$

Cette deuxième question soulève un problème assez subtil et difficile pour des élèves de troisième : est-ce que $\sqrt{2}$ peut-être égal à une fraction ? Nous en avons discuté en classe :

- Un élève sur 24 pense que $\sqrt{2}$ ne peut pas être égal à une fraction car $\sqrt{2}$ ne se termine pas. Est-ce qu'il sous-entend qu'une fraction se termine toujours ?
- Tous les autres pensent qu'il est impossible de répondre sans faire de calculs ou sans utiliser de calculatrice.

N'ayant pas réfléchi au préalable aux connaissances des élèves sur les nombres en début de classe de troisième, dans l'impossibilité d'employer les termes rationnels et irrationnels, il n'a pas été facile de répondre clairement aux élèves. Il m'est donc apparu comme nécessaire d'approfondir ces questions.

Dans les manuels

Hachette education, 2019 Declic
seconde
p10 du cours

Notations Les nombres sont classés dans des ensembles en fonction de leurs propriétés.

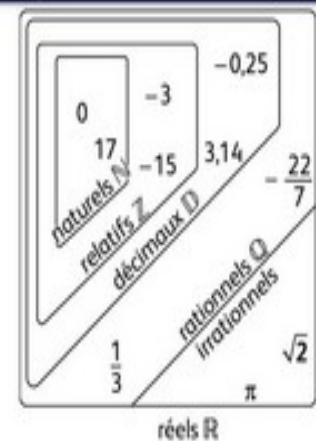
- \mathbb{N} : l'ensemble des entiers naturels.
- \mathbb{Z} : l'ensemble des entiers relatifs.
- \mathbb{D} : l'ensemble des nombres décimaux.
- \mathbb{Q} : l'ensemble des nombres rationnels.
- \mathbb{R} : l'ensemble des nombres réels.

Commentaire

- Ces ensembles sont inclus les uns dans les autres. On écrit :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

- L'ensemble des réels est généralement représenté par une droite graduée : « la droite des réels ». À chaque point de cette droite est associé un unique réel représentant son abscisse et à chaque réel est associé un unique point de la droite.



Le symbole \in se lit « appartient à ».
Le symbole \subset se lit « est inclus dans ».

Questions:

Quels commentaires pouvez-vous faire sur ces traces de cours dans ces manuels?

Faites vous les ensembles de nombres?
Si oui sous quelle forme?

Quel travail proposez-vous ou proposeriez-vous sur les ensembles de nombres?

A vous!

1. Test avec des valeurs entières de OM

Recopier et compléter sur une feuille de calcul le tableau de valeurs suivant.

	A	B	C
1	OM	ON	Aire(OMN)
2	0		
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		
8	6		

a. Quelle formule peut-on écrire dans la cellule B2 puis recopier vers le bas ? Et dans la cellule C2 ?

b. A-t-on déjà trouvé une solution au problème posé ? Peut-on proposer une conjecture ?

2. Test avec des valeurs décimales de OM

a. Faire varier les valeurs de OM de 0,1 en 0,1 et recopier les formules.

Mission Indigo,
3^{ème}, 2019

Des pistes d'activité à commenter

57 Pour chacun des nombres suivants, indiquer s'il s'agit d'un entier naturel, d'un entier relatif, d'un nombre rationnel, d'un nombre décimal, d'un nombre réel.

- $\sqrt{4}$
- $\frac{17}{16}$
- $\frac{69}{3 \times 5^2 \times 2}$
- trois milliards
- trois milliardièmes

58 1. Donner un exemple (aucune justification n'est demandée) :

- a. d'un nombre entier qui ne soit pas un entier naturel ;
- b. d'un nombre rationnel qui ne soit pas un nombre décimal ;
- c. d'une fraction décimale ;
- d. d'un nombre décimal strictement compris entre $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{3}$;
- e. d'un nombre strictement positif et inférieur à un millionième.

2. Peut-on donner un exemple de nombre décimal qui ne soit pas un nombre rationnel ?

5) Écris le nombre 2 sous la forme d'une fraction.

6) "Tous les nombres entiers peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction". A ton avis, est-ce vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

7) Écris le nombre 0,2 sous la forme d'une fraction.

8) "Tous les nombres décimaux peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction". A ton avis, est-ce vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

9) Voici une liste de nombres : $\frac{4}{2}$ 1 3 $\frac{3}{4}$ 0,3 10 $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$. Regroupe ces nombres dans deux ensembles différents A et B.

10) Même question avec la liste de nombres suivante : $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{13}{11}$.

Quels sont les objectifs d'apprentissage ?

Des pistes pour des activités et traces
pour structurer les différents types de nombres

Vos idées ? Retour par petits groupes

Autres exemples d'activités

Questions 1 à 4. Conceptions des nombres

- 1) Comment pourrais-tu expliquer à quelqu'un ce qu'est un nombre entier ?
- 2) Comment pourrais-tu expliquer à quelqu'un ce qu'est un nombre décimal ?
- 3) Comment pourrais-tu expliquer à quelqu'un ce qu'est une fraction ?

Posées sous cette forme, ces questions ont l'avantage de ne pas inciter à donner une définition (ce qui serait bien difficile !). On attend ici une référence éventuelle aux nombres qui dénombrent, aux nombres qui mesurent, aux nombres qui partagent.

Exemples issus de
l'article Petit'x N° 41
Niveau 3ème

4) Thomas pense que $\sqrt{2}$ est un nombre. Julien pense que Thomas a tort et que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre. A ton avis, qui a raison ? Thomas ou Julien ? Quels arguments donnerais-tu pour convaincre que $\sqrt{2}$ est un nombre ou pour convaincre que ce n'en est pas un ?

Cette question est posée de façon très ouverte pour éviter d'induire un type de réponse. Après avoir choisi qui de Thomas ou Julien a raison, la difficulté vient de l'argumentation à apporter pour justifier son choix.

Une proposition d'un professeur de mathématiques en 2^{nde} :

► Placer ces nombres dans le plus petit ensemble possible :

$0,8787 \dots$ $\frac{\pi}{\pi}$ $\sqrt{4}$ $-\frac{3}{12}$ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$
 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ $\cos 60^\circ$ $-\frac{6}{2}$ $3,14$
 $1 - \sqrt{3}$ $\sqrt{2}$ $-\frac{2}{14}$

1. Demander aux élèves de faire un ou des classements.
2. Les analyser tous et dégager des critères intéressants en lien avec les objectifs d'apprentissage visés.

Commentaires du stagiaire:
Activité motivante pour les élèves et qui donne du sens aux ensemble.